

УДК 372.851

DOI <https://doi.org/10.32782/cusu-pmtp-2025-1-13>

ІНТЕГРАЦІЯ МАТЕМАТИКИ ТА ЕКОНОМІКИ: ДЕКСКРИПТИВНА СТАТИСТИКА В ЗАДАЧАХ

Пасічник Наталя Олексіївна,

доктор історичних наук, професор,
професор кафедри математики та цифрових технологій
Центральноукраїнського державного університету імені Володимира Винниченка
ORCID ID: 0000-0002-0923-9486
Scopus-Author ID: 36069805800

Ріжняк Ренат Ярославович,

доктор історичних наук, професор,
професор кафедри математики та цифрових технологій
Центральноукраїнського державного університету імені Володимира Винниченка
ORCID ID: 0000-0002-1977-9048
Scopus-Author ID: 57209170870

Статтю присвячено розгляду основних аспектів застосування дескриптивної статистики для розв'язання економічних задач. Зазначено, що методи описової статистики є важливим інструментом аналізу економічних процесів, оскільки дають змогу систематизувати дані, визначати основні закономірності та робити обґрунтовані висновки. Розглянуто ключові статистичні показники, зокрема середні величини, міри розсіювання, асиметрії та ексцесу, а також їх роль в ухваленні рішень в економічній сфері. У статті також приділено увагу застосуванню графіків та гістограм для візуалізації результатів розв'язання задач.

Окрему увагу приділено практичній задачі, яка спрямована на підготовку майбутніх учителів математики та економіки. У статті розглянуто задачу економічного змісту щодо обсягів реалізації супермаркетом товарів обраної групи протягом місяця продажів. Аналіз продажів проведено з використанням інструмента «Описова статистика», що входить до надбудови «Пакет аналізу». Запропонований підхід демонструє, як використання дескриптивної статистики сприяє кращому розумінню реальних економічних процесів та розвитку аналітичного мислення в студентів. На основі конкретного прикладу показано ефективність статистичних методів у дослідженні змін економічних показників, їх прогнозуванні та оцінюванні ризиків.

У статті сформульовано висновки щодо особливостей реалізації інтегрованого підходу в підготовці майбутніх учителів математики та економіки, щодо закономірності вибору обсягу компонентів реалізації інтегративного підходу, а також щодо необхідності формування в майбутніх учителів математики та економіки здатностей інтерпретувати й обчислювати основні статистичні параметри для розуміння взаємозв'язку даних та їх критичної оцінки.

Запропоновані матеріали можуть бути корисними для викладачів економіки та математики, дослідників, а також усіх, хто цікавиться застосуванням статистичних методів у практичній діяльності.

Ключові слова: інтегративний підхід, задачі інтегративного змісту, математика, економіка, дескриптивна статистика.

Pasichnyk Natalia, Rizhniak Renat. Integration of mathematics and economics: descriptive statistics in problems

The article is dedicated to the main aspects of the use of descriptive statistics for solving the economic problems. It is noted that the methods of descriptive statistics are an important tool for analyzing economic processes, as they allow to systematize data, identify the main patterns and draw reasonable conclusions. The key statistical indicators, in particular, average values, measures of dispersion, skewness and kurtosis, as well as their role in economic decision-making are considered. The article also focuses on the use of graphs and histograms to visualize the results of solving problems.

Special attention is paid to a practical task aimed at training of the future teachers of mathematics and economics. The article considers the task of economic content regarding the volume of sales by a supermarket of goods of the

selected group during one month of sales. The sales analysis was conducted using the Descriptive Statistics tool included in the Analysis Package add-in. The suggested approach demonstrates how the use of descriptive statistics contributes to a better understanding of real economic processes and the development of analytical thinking in students. The effectiveness of the statistical methods in the study of changes in economic indicators, their forecasting and risk assessment is shown on the basis of a specific example.

The article contains the conclusions about the peculiarities of implementing an integrated approach in the training of the future teachers of mathematics and economics, about the regularity of choosing the scope of components of the integrative approach, as well as the need to develop the ability of the future teachers of mathematics and economics to interpret and calculate the main statistical parameters to understand the relationship of data and their critical evaluation.

The suggested materials can be useful for the teachers of economics and mathematics, researchers, as well as anyone interested in the application of statistical methods in practice.

Key words: *integrative approach, tasks of integrative content, mathematics, economics, descriptive statistics.*

Вступ. Сучасні економічні дослідження неможливо уявити без математичних методів аналізу даних. Одним з ключових складників такої аналітики є дескриптивна статистика, яка дає змогу узагальнювати, інтерпретувати та представляти економічні явища на основі числових характеристик. Інтеграція математичних методів у сферу економічних досліджень сприяє підвищенню точності прогнозів, ефективності управлінських рішень і розумінню закономірностей економічних процесів.

Дескриптивна статистика охоплює широкий спектр методів узагальнення інформації, як-от середні величини, медіана, мода, розмах, дисперсія, стандартне відхилення тощо. Ці показники відіграють важливу роль в аналізі ринкових тенденцій, моделюванні споживчої поведінки, оцінюванні ризиків й ухваленні стратегічних рішень.

У статті розглядаються основні аспекти застосування дескриптивної статистики для розв'язання економічних задач, зокрема аналізу ринкових даних, оцінки економічних показників та прогнозування змін. Окрема увага приділяється практичній задачі для майбутніх учителів математики та економіки, при розв'язуванні якої демонструється ефективність статистичних методів у дослідженні реальних економічних процесів. У процесі дослідження ми спиратимемося на переконання, що інтеграція математичних підходів у формування економічних компетентностей не лише підвищує рівень аналітики, а й створює нові перспективи для вчителів-практиків у сфері економіки.

Аналіз досліджень і публікацій. Проблема реалізації інтегративного підходу до шкільного навчання розв'язувалася в працях закордонних та українських педагогів-науковців. Серед них можна назвати роботи авторів Ф. Розіта, А. Марзієх [1], Н. Котіч, М. Котіч, Д. Фелда, Ж. Л. Водопівец [2], Н. М. Хассан, С. Рахман [3], П. Гіка [4], П. Сомасундрам, І. Н. Акмар, Л. К. Єу [5], Л. В. Дольнікова [9], С. Ф. Клепко [11], А. О. Клочко [12], І. М. Козловська [13], В. В. Нічишина [14], М. В. Опачко [15], О. В. Просіна [18], С. А. Раков [19], Я.М. Собко [20] та Г. Філь, М. Жигайло [21], а також навчальний посібник А. Зимильдінової [10], у яких з різноманітних боків та на різному матеріалі обґрунтовується доцільність реалізації інтеграції в загальноосвітній школі та закладах вищої освіти. Окремо варто відзначити програмну монографію О. В. Вознюк, О. В. Дубасенюк [8]. Автори дослідження також долучалися до розвитку цієї проблематики. У роботі [7] представлений спосіб реалізації інтегрованого підходу до навчання математики через інтегровані образи, а в праці [6] описані на теоретичному рівні моделі реалізації інтегративного підходу до підготовки майбутніх учителів. Нарешті, у статтях [16; 17] автори представили методику розв'язування математичних задач з реалізацією інтегративних (математика, інформатика, економіка) компонентів.

У цьому дослідженні ми використаємо перелічені теоретичні напрацювання та доповнимо й уточнимо їхні положення практичною реалізацією інтегративного підходу до організації практичної підготовки вчителів математики та економіки.

Отже, метою статті є висвітлення методики реалізації інтегративного підходу через формування в майбутніх учителів умінь розв'язувати та застосовувати статистичні методи для дослідження задач інтегративного змісту з математичними й економічними компонентами.

Матеріали та методи. У статті використано матеріали практичного характеру, що застосовувалися в процесі підготовки магістрантів освітньої програми «Середня освіта (Математика, Інформатика та економіка)». Під час експериментального дослідження використовували методи описової статистики; теоретичні методи – аналіз психолого-педагогічної літератури з проблеми дослідження; емпіричні методи – педагогічне спостереження за навчально-пізнавальною діяльністю учнів, бесіди з учителями математики та економіки.

Результати. Розглянемо задачу економічного змісту щодо обсягів реалізації супермаркетом товарів обраної групи протягом одного місяця продажів. Проведемо аналіз продажів з використанням інструмента *Описова статистика*, що входить до надбудови *Пакет аналізу*. Для цього розрахуємо показники вибірки: середнє, медіана, мода, дисперсія, стандартне відхилення тощо.

Завдання описової статистики (descriptive statistics) полягає в тому, щоб з використанням математичних інструментів звести сотні значень вибірки до кількох підсумкових показників, які дають уявлення про вибірку.

Опишемо набір числових даних продажів за допомогою вищезгаданих показників обсягів продаж окремої групи товарів. Нехай дано часовий ряд, який має 30 членів: 113, 395, 242, 170, 433, 319, 428, 223, 369, 283, 282, 440, 837, 239, 212, 245, 433, 275, 298, 180, 213, 296, 412, 316, 218, 526, 152, 604, 398, 227.

Для обчислення статистичних показників одновимірних вибірок використовуємо надбудову *Пакет аналізу*. Потім усі показники, розраховані надбудовою, обчислимо за допомогою вбудованих функцій MS EXCEL. Надбудова *Пакет аналізу* (Analysis ToolPak) доступна з вкладки *Дані*, група *Аналіз*. Кнопка для виклику діалогового вікна називається *Аналіз даних*.

Якщо кнопка не відображається в указаній групі, необхідно спочатку увімкнути надбудову (нижче дано пояснення для EXCEL 2019):

1. На вкладці *Файл* варто вибрати пункт *Параметри*, а потім – категорію *Надбудови*.

2. У списку *Керування* (внизу вікна) слід обрати *Надбудови Excel* та натиснути кнопку *Перейти*.

3. У вікні *Доступні надбудови* варто встановити прапорець *Пакет аналізу* та натиснути кнопку *ОК*.

4. Після натискання кнопки *Аналіз даних* буде виведено діалогове вікно надбудови *Пакет аналізу*.

У діалоговому вікні *Аналіз даних* варто обрати інструмент *Описова статистика*. Після натискання кнопки *ОК* буде виведено інше діалогове вікно.

У цьому вікні потрібно вказати:

- *Вхідний інтервал* (Input Range – у нашому випадку, наприклад, \$A\$6:\$A\$35) – це діапазон комірок, у якому міститься масив даних. Якщо в зазначений діапазон входить текстовий заголовок набору даних, потрібно поставити галочку в полі *Мітки в першому рядку* (Labels in first row). У цьому разі заголовок буде виведено у вихідному інтервалі. Порожні комірки будуть проігноровані, тому нульові значення необхідно обов'язково вказувати в комірках, а не залишати їх порожніми;

- *Вихідний інтервал* (Output Range – у нашому випадку, наприклад, \$C\$6:\$C\$24) – тут варто вказати адресу верхньої лівої комірки діапазону, в який будуть виведені статистичні показники;

– Підсумкова статистика (Summary Statistics) – тут варто поставити галочку навпроти цього поля – буде виведено основні показники вибірки: середнє, медіана, мода, стандартне відхилення та ін.;

– також можна поставити галочки навпроти полів Рівень надійності (Confidence Level for Mean), *K*-й найменший (Kth Largest) та *K*-й найбільший (Kth Smallest).

У результаті для цієї вибірки будуть виведені такі статистичні показники:

Стовпчик 1	
Середнє	325,9333
Стандартна помилка	27,38474
Медіана	289,5
Мода	433
Стандартне відхилення	149,9924
Дисперсія вибірки	22497,72
Ексцес	3,476698
Асиметричність	1,524488
Інтервал	724
Мінімум	113
Максимум	837
Сума	9778
Рахунок	30
Найбільший(1)	837
Найменший(1)	113
Рівень надійності(95,0%)	56,00808

Пояснимо значення основних показників.

– Інтервал (Range) – різниця між максимальним та мінімальним значеннями.

– Мінімум (Minimum) – мінімальне значення в діапазоні комірок, зазначеному у Вхідному інтервалі (функція МІН()).

– Максимум (Maximum) – максимальне значення (функція МАКС ()).

– Сума (Sum) – сума всіх значень (функція СУМ()).

– Рахунок (Count) – кількість значень у Вхідному інтервалі (порожні комірки ігноруються, функція РАХУНОК()).

– Найбільший (Kth Largest) – виводиться найбільший *K*-й. Наприклад, 1-й найбільший – це максимальне значення (функція НАЙБІЛЬШИЙ()).

– Найменший (Kth Smallest) – виводиться *K*-й найменший. Наприклад, 1-й найменший – це мінімальне значення (функція НАЙМЕНШИЙ()).

– Середнє вибірки (mean, average) чи вибіркове середнє чи середнє вибірки (sample average) є арифметичне середнє всіх значень масиву. У MS EXCEL для обчислення середнього вибірки використовується функція СРЗНАЧ(). Вибіркове середнє є «хорошою» (незміщеною та ефективною) оцінкою математичного очікування випадкової величини.

– Медіана вибірки (Median) – це число, що є серединою множини чисел (у разі вибірки): половина чисел множини більше, ніж медіана, а половина чисел менше, ніж медіана. Для визначення медіани необхідно спочатку відсортувати безліч чисел. Наприклад, медіаною для чисел 2, 3, 3, 4, 5, 7, 10 буде 4. Якщо множина містить парну кількість чисел, то обчислюється середнє для двох чисел, що розташовані в середині множини. Наприклад, медіаною для чисел 2, 3, 3, 5, 7, 10 буде 4, оскільки $(3+5)/2$. Якщо є довгий хвіст розподілу, Медіана краще, ніж середнє значення, відображає «типове» або «центральне» значення. Для визначення медіани

в MS EXCEL є однойменна функція МЕДІАНА (), англійський варіант – MEDIAN (). Медіану також можна обчислити за допомогою формул: = КВАРТИЛЬ. ВКЛ (Вибірка; 2), або = ПРОЦЕНТИЛЬ. ВКЛ (Вибірка; 0,5).

– *Мода вибірки* (Mode) – це значення, що найбільш часто трапляється (повторюване) у вибірці. Наприклад, у масиві (1; 1; 2; 2; 2; 3; 4; 5) число 2 трапляється найчастіше – 3 рази. Тож число 2 – це мода. Для обчислення моди використовують функцію МОДА(), англійський варіант MODE(). Якщо в масиві немає значень, що повторюються, то функція поверне значення помилки #Н/Д. Починаючи з MS EXCEL 2010, замість функції МОДА() рекомендується використовувати функцію МОДА.ОДН(), яка є її повним аналогом. Крім того, у MS EXCEL 2010 з'явилася нова функція МОДА.НСК(), яка повертає кілька значень, що найбільш часто повторюються (якщо кількість їх повторів збігається). Наприклад, у масиві (1; 1; 2; 2; 2; 3; 4; 4; 4; 5) числа 2 і 4 трапляються найбільш часто – по 3 рази. Тож обидва числа є модами. Функції МОДА.ОДН() і МОДА() повернуть значення 2, оскільки 2 трапляється першим серед найбільш повторюваних значень. Щоб виправити цю несправедливість, було введено функцію МОДА.НСК(), яка виводить усі моди. Зауважимо, що не дивлячись на те, що мода – це найбільш ймовірне значення випадкової величини (імовірність вибрати це значення з Генеральної сукупності максимальна), не варто очікувати, що середнє значення обов'язково буде близьким до моди.

– *Дисперсія вибірки* або вибіркова дисперсія (sample variance) характеризує розкид значень у масиві, відхилення від середнього (аналітично це сума квадратів відхилень кожного значення в масиві від середнього, поділена на розмір вибірки мінус 1). У MS EXCEL 2007 і попередніх версіях для обчислення дисперсії вибірки використовується функція ДИСП(). З версії MS EXCEL 2010 рекомендується використовувати її аналог – функцію ДИСП.В(). *Дисперсія вибірки* дорівнює 0 тільки в тому випадку, якщо всі значення дорівнюють між собою і, відповідно, дорівнюють середньому значенню. Що більша величина дисперсії, то більший розкид значень у масиві щодо середнього. Розмірність дисперсії відповідає квадрату одиниці виміру вихідних значень. Наприклад, якщо значення у вибірці є вимірювання ваги деталі (в кг), то розмірність дисперсії буде кг^2 . Це буває складно інтерпретувати, тому для характеристики розкиду значень частіше використовують величину, що дорівнює квадратному кореню з дисперсії – стандартне відхилення.

– *Стандартне відхилення вибірки* (Standard Deviation), як і дисперсія, – це міра того, наскільки широко розкидані значення у вибірці щодо їхнього середнього. За визначенням, стандартне відхилення дорівнює квадратному кореню з дисперсії. *Стандартне відхилення* не враховує величини значень у вибірці, лише ступінь розсіювання значень навколо їх середнього. У MS EXCEL 2007 і раніше версіях для обчислення *Стандартного відхилення вибірки* використовується функція СТАНДОТКЛОН(). З версії MS EXCEL 2010 рекомендується застосовувати аналог СТАНДОТКЛОН.В().

– У *Пакеті аналізу* під терміном стандартна помилка мається на увазі стандартна помилка середнього (Standard Error of the Mean, SEM). *Стандартна помилка середнього* – це оцінка стандартного відхилення розподілу вибіркового середнього. *Стандартне відхилення розподілу вибіркового середнього* обчислюється за формулою $\sigma/\sqrt{n}$, де n – обсяг вибірки, σ – стандартне відхилення вихідного розподілу, з якого взято вибірку. Оскільки зазвичай стандартне відхилення вихідного розподілу невідоме, то в розрахунках замість σ використовують її оцінку S – стандартне відхилення вибірки. А відповідна величина $S/\sqrt{n}$ має спеціальну назву – *Стандартна помилка середнього*. Саме ця величина обчислюється в *Пакеті аналізу*. В MS EXCEL стандартну помилку середнього можна також обчислити за формулою = СТАНДОТКЛОН.

– *Асиметричність* або *коефіцієнт асиметрії* (skewness) характеризує ступінь несиметричності розподілу (щільності розподілу) щодо його середнього. Додатне значення коефіцієнта

асиметрії показує, що розмір правого «хвоста» розподілу більший, ніж лівого (щодо середнього). Від’ємна асиметрія, навпаки, вказує на те, що лівий хвіст розподілу більший за правий. Коефіцієнт асиметрії ідеально симетричного розподілу або вибірки дорівнює 0. Функція $SKOS()$, англійський варіант $SKEW()$, повертає коефіцієнт асиметрії вибірки, що є оцінкою асиметрії відповідного розподілу.

– *Ексцес* показує відносну вагу «хвостів» розподілу щодо його центральної частини. Зауважимо, що не дивлячись на старання професійних статистиків, у літературі ще трапляється визначення *Ексцесу* як міри «гостроти» (peakedness) або зглаженості розподілу. Але насправді значення *Ексцесу* нічого не говорить про форму піку розподілу. Багато комп’ютерних програм використовують для розрахунків не сам *Ексцес*, а так званий *Kurtosis excess*. Ще більшу плутанину вносить переклад цих термінів українською мовою. Термін *Kurtosis* походить від грецького слова «вигнутий», що «має арку». Так склалося, що українською мовою обидва терміни *Kurtosis* та *Kurtosis excess* перекладаються як *Ексцес* (від англ. excess – «надлишок»). Функція $MS\ EXCEL\ EКСЦЕС()$ насправді обчислює *Kurtosis excess*. Функція $EКСЦЕС()$, англійський варіант $KURT()$, обчислює на основі значень вибірки незміщену оцінку ексцесу розподілу випадкової величини. *Ексцес* (*Kurtosis excess*) для нормального розподілу завжди дорівнює 0.

– *Рівень надійності* означає ймовірність того, що довірчий інтервал містить справжнє значення параметра розподілу, що оцінюється. Замість терміна *Рівень надійності* часто використовують *Рівень довіри*. Задаючи значення рівня надійності у вікні надбудови *Пакет аналізу*, $MS\ EXCEL$ обчислить половину ширини довірчого інтервалу для оцінки середнього (дисперсія невідома).

Побудуємо гістограму розподілу. *Гістограма розподілу* – це інструмент, що дає змогу візуально оцінити величину та характер розкиду даних. Створимо гістограму для безперервної випадкової величини за допомогою вбудованих засобів $MS\ EXCEL$ із надбудови *Пакет аналізу*.

Гістограма (frequency histogram) – це стовпчикова діаграма $MS\ EXCEL$, кожен стовпчик якої є інтервалом значень (кошик, кишеня, class interval, bin, cell), а його висота пропорційна кількості значень у ній (частоті спостережень).

Побудуємо гістограму для набору даних вибірки, де містяться значення безперервної випадкової величини.

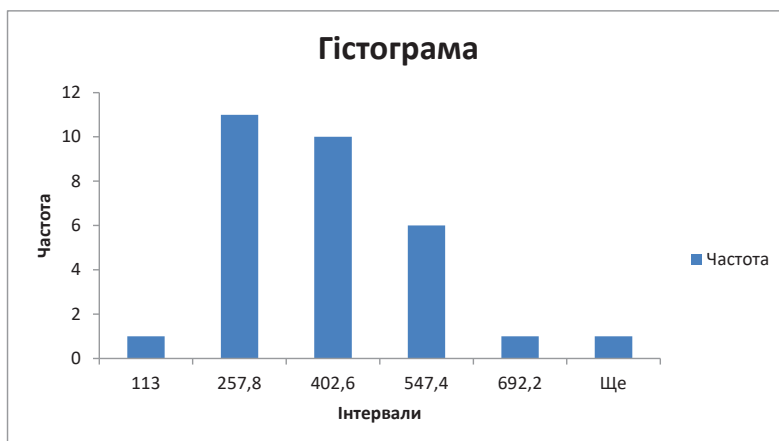
Викликавши діалогове вікно надбудови *Пакет аналізу*, варто обрати пункт *Гістограма* та натиснути кнопку *ОК*.

У вікні необхідно як мінімум вказати: *Вхідний інтервал* (наприклад, $\$A\$6:\$A\35) і *ліву верхню комірку Вихідного інтервалу* (наприклад, $\$C\26). Після натискання кнопки *ОК* отримуються:

- автоматично розраховані інтервали значень;
- підраховано кількість значень із зазначеного масиву даних, що потрапляють у кожний інтервал (побудовано таблицю частот);

Інтервали	Частота
113	1
257,8	11
402,6	10
547,4	6
692,2	1
Ще	1

- якщо поставлена галочка навпроти пункту *Виведення графіка*, то разом із таблицею частот буде виведено гістограму.



Як видно з рисунку, перший інтервал містить тільки одне мінімальне значення 113 (точніше, включені всі менші значення або рівні мінімальному). Якби в масиві було 2 або більше значення 113, то перший інтервал потрапила б відповідна кількість чисел (2 або більше).

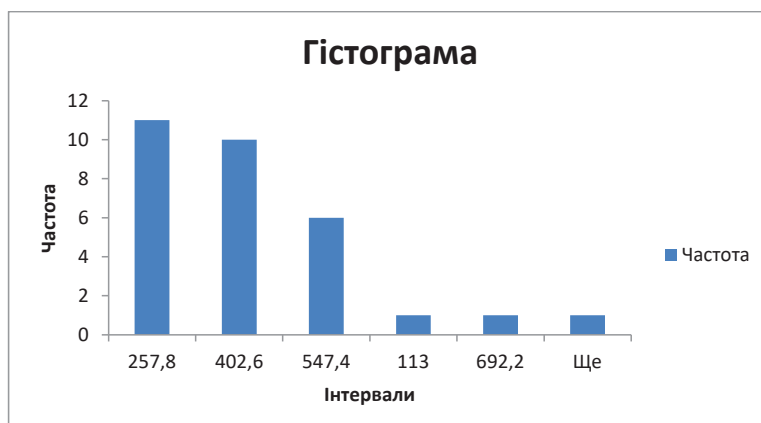
Другий інтервал містить значення більш ніж 113 і менш ніж або рівні 257,8. Можна перевірити, що таких значень 11. Передостанній інтервал від 547,4 (не включно) до 692,2 (включно) містить 1 значення. Останній інтервал (з дивною назвою *ще*) містить значення більш ніж 692,2 (не включно). Таких значень лише одне – максимальне значення в масиві (837).

Розміри інтервалів однакові та рівні 144,8. Це значення можна отримати так: $\text{=(МАКС(Вихідні_дані)-МІН(Вихідні_дані))/5}$ де *Вихідні_дані* – іменований діапазон, що містить наші дані.

Чому 5? Річ у тому, що кількість інтервалів гістограми (кишень) залежить від кількості даних і для його визначення часто використовують формулу $\sqrt{n}$, де n – кількість даних у вибірці. У нашому випадку $\sqrt{n} = \sqrt{30} = 5,48$ (усього 5 повноцінних кишень, тому що перший інтервал містить тільки значення, рівні мінімальному).

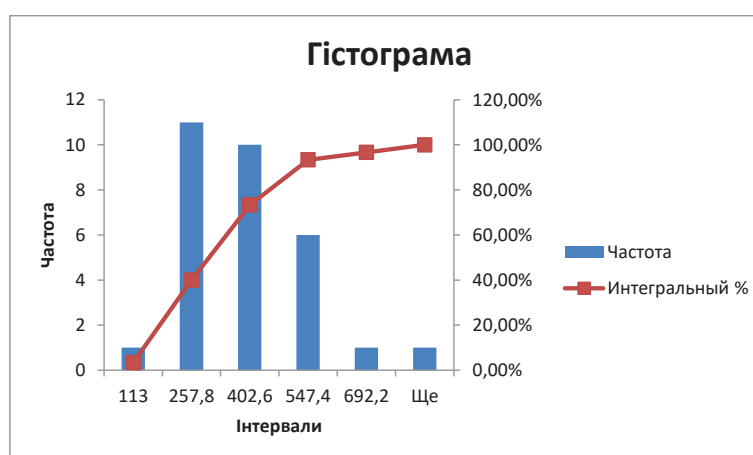
Якщо встановити галочку навпроти поля *Парето* (відсортована гістограма), то до таблиці з частотами буде додано таблицю з відсортованими даними за зменшенням частот.

Інтервали	Частота	Інтервали	Частота
113	1	257,8	11
257,8	11	402,6	10
402,6	10	547,4	6
547,4	6	113	1
692,2	1	692,2	1
Ще	1	Ще	1



Якщо встановити галочку навпроти поля *Інтегральний відсоток*, то до таблиці з частотами буде додано стовпець з наростаючим підсумком у % від загальної кількості значень у масиві.

Інтервали	Частота	Інтегральний %
113	1	3,33%
257,8	11	40,00%
402,6	10	73,33%
547,4	6	93,33%
692,2	1	96,67%
Ще	1	100,00%



Подібно до того, як описові дослідження забезпечують основу для формулювання гіпотез та планування подальших досліджень, описова статистика допомагає зрозуміти отримані дані й забезпечує базис для їх подальшого аналізу.

Висновки. Проведене дослідження дає змогу розкрити зміст методичних умов, за яких використання описаного інтегративного підходу набуватиме методичної доцільності в контексті формування в майбутніх учителів умінь та здатностей інтегративної діяльності. Як згадані умови за матеріалами дослідження можна вказати такі:

1) інтегративний підхід у підготовці майбутніх учителів математики та економіки доцільно реалізовувати з використанням творчих компонентів діяльності для моделювання та дослідження моделей в задачах інтегративного змісту;

2) вибір обсягу компонентів реалізації інтегративного підходу проводиться з урахуванням загальної мети підготовки майбутніх учителів математики та економіки – у дослідженні проілюстрований спосіб розширення обсягу компонентів реалізації інтегративного підходу через використання методів описової статистики;

3) практичне використання пропонованого в статті інтегрованого підходу в підготовці майбутніх учителів математики та економіки свідчить про те, що такі фахівці повинні вміти інтерпретувати та обчислювати основні статистичні параметри, щоб розуміти взаємозв'язок даних, отриманих у випадковій вибірці, з даними генеральної сукупності, критично оцінювати дані, що публікуються, і належно представляти результати своїх власних досліджень.

Література:

1. Farzam Rozita, Allahdadi Marzieh Developing a Framework for Designing Educational Aids through Games Method in Order to Facilitate Teaching Mathematics for Elementary Students. *Revista Romaneasca pentru Educatie Multidimensionala*. 2018. 10 (3), 77–90.

2. Nastja Cotič, Mara Cotič, Darjo Felda, Jurka Lepičnik Vodopivec An Example of Integrated Teaching of Mathematics and Environmental Education in the Second Grade of Basic School. *The New Educational Review*. 2015. Vol. 41.
3. Nurulhuda Md Hassan, Saemah Rahman The Problem Solving Skills, Metacognitive Awareness, and Mathematics Achievement: A Mediation Model. *The New Educational Review*. 2017. Vol. 49. 54–67.
4. Pehoiu Gica Percept of Teachers Regarding Integration of Education for Environment and Sustainable Development in Primary Schools. *Revista Romaneasca pentru Educatie Multidimensionala*. 2019. 11 (2), 256–269.
5. Piriya Somasundram, Sharifah Norul Akmar, Leong Kwan Eu Year Five Pupils' Number Sense and Algebraic Thinking: the Mediating Role of Symbol and Pattern Sense. *The New Educational Review*. 2019. Vol. 55. 79–90.
6. Rizhniak R., Pasichnyk N., Krasnoshchok I., Botuzova Yu., Akbash K. Construction of Theoretical Model for Sustainable Development in Future Mathematical Teachers of Higher Education. *Universal Journal of Educational Research*. 2020. 8(5). 2079–2089. DOI: 10.13189/ujer.2020.080546
7. Rizhniak R., Pasichnyk N., Zavitrenko D., Akbash K., Zavitrenko A. The Implementation of an integrative Approach to Learning with use of integrated Images. *Revista Romaneasca Pentru Educatie Multidimensionala*. 2021. 13(1). <https://doi.org/10.18662/rrem/13.1/373>
8. Вознюк О. В., Дубасенюк О. В. Цільові орієнтири розвитку особистості у системі освіти: інтегративний підхід : монографія. Житомир, Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2009. 684 с.
9. Дольнікова Л. В. Інтеграція та систематизація змісту фундаментальних дисциплін у вищій школі як передумова формування фахової компетенції випускника вищої школи. Lviv Polytechnic National University Institutional Repository. С. 345–348. URL: <http://ena.lp.edu.ua>.
10. Зимульдінова А. Інтегроване вивчення предметів за галузями знань: навч. пос. Дрогобич : РВВ ДДПУ ім. І. Франка, 2011. 86 с.
11. Клепко С. Ф. Інтегративна освіта і поліморфізм знання. Київ – Полтава – Харків : ПОПОПП, 1998. 360 с.
12. Ключко А. О. Інтегрований підхід як сучасна форма організації навчального процесу. *Science and Education a New Dimension*. 2013. Vol. 1. С. 85–87. URL: http://seanewdim.com/uploads/3/2/1/3/3213611/klochko_a_integrated_approach_as_a_modern_form_of_learning_process.pdf
13. Козловська І. М. Теоретичні та методичні основи інтеграції знань учнів професійно-технічної школи : автореф. дис. ... доктора пед. наук : 13.00.04. Київ, 2001. 60 с.
14. Нічишина В. В. Інтегративний підхід до вивчення математичних дисциплін у процесі підготовки майбутніх учителів математики : автореф. дис. ... канд. пед. наук: спец. 13.00.04. Кіровоград, 2008. 20 с.
15. Опачко М. В. Системний та інтегративний підходи в освіті. Методичний посібник. Ужгород, УжНУ, 2016. 69 с.
16. Пасічник Н. О., Ріжняк Р. Я. Розв'язування математичних задач з реалізацією поліпредметних (економіка, інформатика, математика) інтегративних компонентів. *Фізико-математична освіта*. 2020. 2 (24). 113–122. <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2020-024-2-016>.
17. Пасічник Н. О., Ріжняк Р. Я. Розв'язування шкільних задач інтегративного змісту: математика та економіка. *Наукові записки. Серія: Педагогічні науки*. ЦДПУ ім. В. Винниченка, 2023. Випуск 208. С. 43–50. <https://doi.org/10.36550/2415-7988-2023-1-208-43-50>
18. Просіна О. В. Інтеграція в НУШ. Інтегрований підхід в освітньому процесі. *Тематичний випуск журналу «Методист»*. 2018. 2 (74). С. 68–71.
19. Раков С. А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ. Харків: Факт, 2005. 360 с.
20. Собко Я. М. Теоретико-методичні основи впровадження інтегративних курсів у професійно-технічній освіті : навч.-метод. посіб. Львів : Норма, 2014. 136 с.
21. Філь Г., Жигайло М. Інтегроване вивчення предметів гуманітарного циклу за галузями знань як важлива передумова розвитку сучасної науки. *Актуальні питання гуманітарних наук*. 2015. Вип. 11. С. 310–316. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/apgnd_2015_11_46

References:

1. Farzam Rozita, Allahdadi Marzieh (2018). Developing a Framework for Designing Educational Aids through Games Method in Order to Facilitate Teaching Mathematics for Elementary Students. *Revista Romaneasca pentru Educatie Multidimensionala*. 10 (3), 77–90 [in English].
2. Nastja Cotič, Mara Cotič, Darjo Felda, & Jurka Lepičnik Vodopivec (2015). An Example of Integrated Teaching of Mathematics and Environmental Education in the Second Grade of Basic School. *The New Educational Review*. Vol. 41 [in English].

3. Nurulhuda Md Hassan, & Saemah Rahman (2017). The Problem Solving Skills, Metacognitive Awareness, and Mathematics Achievement: A Mediation Model. *The New Educational Review*. Vol. 49 [in English].
4. Pehoiu Gica (2019). Percept of Teachers Regarding Integration of Education for Environment and Sustainable Development in Primary Schools. *Revista Romaneasca pentru Educatie Multidimensionala*. 11 (2), 256–269 [in English].
5. Piriya Somasundram, Sharifah Norul Akmar, & Leong Kwan Eu (2019). Year Five Pupils' Number Sense and Algebraic Thinking: the Mediating Role of Symbol and Pattern Sense. *The New Educational Review*. Vol. 55 [in English].
6. Rizhniak, R., Pasichnyk, N., Krasnoshchok, I., Botuzova, Yu., & Akbash, K. (2020). Construction of Theoretical Model for Sustainable Development in Future Mathematical Teachers of Higher Education. *Universal Journal of Educational Research*, 8(5), 2079–2089. DOI: 10.13189/ujer.2020.080546 [in English].
7. Rizhniak, R., Pasichnyk, N., Zavitrenko, D., Akbash, K., & Zavitrenko, A. (2021). The Implementation of an integrative Approach to Learning with use of integrated Images. *Revista Romaneasca Pentru Educatie Multidimensionala*. 13(1). <https://doi.org/10.18662/rrem/13.1/373> [in English].
8. Vozniuk, O.V., & Dubaseniuk, O.V. (2009). Tsilovi oriientyry rozvytku osobystosti u systemi osvity: intehtatyvnyi pidkhyd: monohrafiia [*The objective guidelines for personality development in the education system: an integrative approach: (A monograph)*]. Zhytomyr, Zhytomyr Ivan Franko State University Publishing House, 2009. 684 c. [in Ukrainian].
9. Dolnikova, L.V. Intehtatsiia ta systematyzatsiia zmistu fundamentalnykh dystsyplin u vyshchii shkoli yak peredumova formuvannia fakhovoi kompetentsii vypusknika vyshchoi shkoly [*Integration and systematization of the content of fundamental disciplines in higher education as a prerequisite for the formation of professional competence of a graduate of higher education*]. Lviv Polytechnic National University Institutional Repository. pp. 345–348. Retrieved from: <http://ena.lp.edu.ua>. [in Ukrainian].
10. Zymuldinova, A. (2011). Intehtrovane vyvchennia predmetiv za haluziamy znan: navch. pos. [*Integrated study of the subjects by fields of knowledge: study guide*]. Drohobych, Drohobych Ivan Franko State Pedagogical University, 2011. 86 c. [in Ukrainian].
11. Klepko, S.F. (1998). Intehtatyvna osvita i polimorfizm znannia [*Integrative education and polymorphism of knowledge*]. Kyiv-Poltava-Kharkiv, POIPOP. 360 p. [in Ukrainian].
12. Klochko, A.O. (2013). Intehtrovanyi pidkhyd yak suchasna forma orhanizatsii navchalnoho protsesu [An integrated approach as a modern form of organization of the educational process]. *Science and Education a New Dimension*, 1, 85–87. Retrieved from: http://seanewdim.com/uploads/3/2/1/3/3213611/klochko_a_integrated_approach_as_a_modern_form_of_learning_process.pdf [in Ukrainian].
13. Kozlovskaya, I.M. (2001). Teoretychni ta metodychni osnovy intehtratsii znan uchniv profesiino-tekhnichnoi shkoly [Theoretical and methodological bases of integration of knowledge of students of vocational school]. *Doctor's thesis*. 60 p. [in Ukrainian].
14. Nychyshyna, V.V. (2008). Intehtatyvnyi pidkhyd do vyvchennia matematychnykh dystsyplin u protsesi pidhotovky maibutnikh vchyteliv matematyky [An Integrative Approach to the Study of Mathematical Disciplines in the Process of Preparing of Future Teachers of Mathematics]. *Extended abstract of Candidate's thesis*. Kirovohrad. 20 p. [in Ukrainian].
15. Opachko, M.V. (2016). *Systemnyi ta intehtatyvnyi pidkhody v osviti. Metodychnyi posibnyk [Systemic and integrative approaches in education. Methodical manual]*. Uzhhorod, UzhNU. 69 p. [in Ukrainian].
16. Pasichnyk, N.O., & Rizhniak, R.Ya. (2020). Rozviazuvannia matematychnykh zadach z realizatsiieiu polipredmetnykh (ekonomika, informatyka, matematika) intehtatyvnykh komponentiv [Solving mathematical problems with the implementation of multi-subject (economics, informatics, mathematics) integrative components]. *Fizyko-matematychna osvita – Physical and mathematical education*, 2 (24), 113–122. <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2020-024-2-016> [in Ukrainian].
17. Pasichnyk, N.O., & Rizhniak, R.Ya. (2023). Rozviazuvannia shkilnykh zadach intehtatyvnoho zmistu: matematika ta ekonomika [Solving school problems of integrative content: mathematics and economics]. *Naukovi zapysky. Seriya: Pedagogichni nauky – Scientific notes. Series: Pedagogical sciences*. CUSPU. 208. 43–50. <https://doi.org/10.36550/2415-7988-2023-1-208-43-50> [in Ukrainian].
18. Prosina, O.V. (2018). Intehtratsiia v NUSh. Intehtrovanyi pidkhyd v osvitnomu protsesi [Integration in NUS. An integrated approach in the educational process]. *Tematychnyi vypusk zhurnalu «Metodyst» – Thematic issue of the “Methodist” magazine*. 2 (74). C. 68–71. [in Ukrainian].
19. Rakov, S.A. (2005). Matematychna osvita: kompetentnisnyi pidkhyd z vykorystanniam IKT [*Mathematics Education: A Competent Approach with the usage of ICT*]: monograph. Kharkiv, Fakt. 360 p. [in Ukrainian].
20. Sobko, Ya.M. (2014). Teoretyko-metodychni osnovy vprovadzhennia intehtatyvnykh kursiv u profesiino-tekhnichnii osviti: navch.-metod. posib [*Theoretical and methodological foundations of the implementa-*

tion of integrative courses in vocational and technical education: educational and methodological manual]. Lviv, Norma. 136 p. [in Ukrainian]

21. Fil, H., & Zhyhailo, M. (2015). Intehrovane vyvchennia predmetiv humanitarnoho tsyклу za haluziamy znan yak vazhlyva peredumova rozvytku suchasnoi nauky [An integrated study of the humanitarian cycle subjects by the fields of knowledge as an important prerequisite for the development of modern science]. *Aktualni pytannia humanitarnykh nauk – Current issues of humanitarian sciences*, 11, 310–316. Retrieved from: http://nbuv.gov.ua/UJRN/apgnd_2015_11_46 [in Ukrainian].